Matrix-Zusammenfassung

Format einer Matrix:
ist m x n m= Anz. Zeilen   n = Anz. Spalten
a_{ij} = Zahl in Matrix in der i-ten Spalte und j-ten Zeile

Die Transponierte:
Matrix, die entsteht, wenn man die Zeilen und Spalten vertauscht

Determinante:
Sei A eine invertierbare 2 x 2 Matrix dann gilt: $A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ (=> det. A = ad – bc)

Elementarmatrizen:

Elementare Zeilenoperationen
- vertauschen zweier Zeilen
- i-te Zeile mal c
- i-te Zeile -> i-te Zeile + (j-te Zeile mal c)

Eine Elementarmatrix ist eine durch **eine** elementare Zeilenoperation abgeänderte Einheitsmatrix. Sie haben **nie** eine Nullzeile.

Sätze zu Elementarmatrizen:

B = E * A -> s. E1 (hinten)	A = m x n Matrix. B = Matrix, welche aus A hervorgeht durch eine elementare Zeilenoperation. E = Elementarmatrix, die aus der selben Elementaren Zeilenoperation entstanden ist wie B.
Reduzierte Zeilenstufenform von quadr. Matrix -> s. E2 (vorne)	Falls A eine quadratische Matrix und R die Reduzierte Zeilenstufenform von A ist, dann gilt entweder R = I oder R hat mind. eine Nullzeile.
$R = E_n \ldots E_1 * A$ -> s. E3 (vorne)	R = RREF von Matrix A. Dann gibt es Elementarmatrizen $E_1, E_2, \ldots E_n$. $R = E_n \ldots E_1 * A$
Invertierbare Matrizen haben keine Nullzeile -> s. E3 (vorne)	$L * L^{-1} = I$ Aber I hat keine Nullzeile!!
Quadratische Matrix mit RREF R ->s. E3 (hinten)	Es gilt: • A ist invertierbar • Ax = 0 => x = 0 (Nur x=0 erfüllt Ax=0) • R = I • A = Produkt von Elementar-Matrix

-> **s. E6 (hinten) und E7 (vorne)**	• Ax = b hat für jeden Vektor mindestens einen Lösungsvektor x (surjektiv) • Ax = b hat für jeden Vektor b genau einen Lösungsvektor x (bijektiv)
Ax = b -> s. E5 vorne	
A*B = I	Falls A * B = I, dann gilt auch B * A = I
AB ist invertierbar	Falls AB invertierbar ist, so ist A und B auch einzeln invertierbar.